ایک سرکس میں انسانی اہرام

باب 9

5168CH09

ٹھوس اشیا کی میکانیکی خاصیتیں
MECHANICAL PROPERTIES OF SOLIDS

9.1 تعارف (INTRODUCTION)

باب 7 میں ہم نے اجسام کی گردشی حرکت کا مطالعہ کیا اور یہ سمجھے کہ ایک جسم کی حرکت اس بات پر منحصر ہے کہ جسم کے اندرون اس کی کمیت کس طور پر تقسیم ہے۔ایک استوار جسم سے عام طور پر مراد ایک ایسی سخت ٹھوس شے سے ہوتی ہے جس کی ایک معین شکل اور معین ناپ ہو،لیکن درحقیقت ایک جسم کو کھینچا، دبایا اور موڑا جاسکتا ہے۔ یہاں تک کہ ایک قابل لحاظ حد تک استوار فولادی چھڑ کی شکل اور لمبائی میں بھی، اس پر کافی قوت لگا کر، تبدیلی لائی جاسکتی ہے۔اس کا مطلب ہوا کہ ٹھوس اجسام بھی مکمل طور پر استوار نہیں ہوتے۔

ایک ٹھوس کی شکل اور اس کا سائز (ناپ) معین ہوتا ہے۔ایک جسم کی شکل یا اس کے ناپ کو تبدیل کرنے کے لئے یا ان میں تبدیلی پیدا کرنے کے لیے، کچھ قوت درکار ہوتی ہے۔اگر آپ ایک مرغولی اسپرنگ (Helical Spring) کے کناروں کو پکڑ کر آہستہ سے کھینچیں تو اسپرنگ کھچ جاتی ہے۔جب آپ کناروں کو چھوڑ دیتے ہیں تو وہ اپنی اصل شکل اور اپنا اصل ناپ دوبارہ حاصل کر لیتی ہے۔ایک جسم کی وہ خاصیت جس کی وجہ سے جسم لگائی گئی قوت کو ہٹا لینے پر اپنی اصل شکل اور اصل ناپ کو دوبارہ حاصل کرنے کی کوشش کرتا ہے، لچک (Elasticity) کہلاتی ہے،اور پیدا ہوئی تخریب (Deformation) لچکیلی تخریب (Elastic deformation) کہلاتی ہے۔ لیکن اگر آپ آٹے کے پیڑے یا گیلی مٹی کے گولے پر قوت لگائیں، تو ان میں اپنی پچھلی شکل کو دوبارہ حاصل کرنے کا کوئی رجحان نہیں پایا جاتا اور ان میں پیدا ہوئی تخریب مستقل ہوتی ہے۔ایسی اشیا پلاسٹک (Plastic) اشیا کہلاتی ہیں اور یہ خاصیت پلاسٹک پن (Plasticity) کہلاتی ہے۔ گندھا آٹا یا مٹی مثالی پلاسٹک (Ideal Plastic) کی آسان مثالیں ہیں۔

مادی اشیا کا لچک دار برتاؤ انجینئرنگ ڈیزائن میں ایک اہم کردار ادا کرتا ہے۔مثال کے طور پر، جب کسی عمارت کا نقشہ (ڈیزائن) تیار کرنا ہو تو فولاد اور کنکریٹ جیسی اشیا کی لچکدار خاصیتوں کی معلومات لازمی ہے۔یہی بات پلوں اور گاڑیوں وغیرہ کے ڈیزائن پر بھی صادق آتی ہے۔کیا ہم ایسا ہوائی جہاز ڈیزائن کر سکتے ہیں جو بہت ہلکا ہو لیکن کافی مضبوط ہو۔کیا ہم ایسا مصنوعی انسانی عضو ڈیزائن کر سکتے ہیں جو ہلکا ہو لیکن مقابلتاً مضبوط ہو؟ شیشہ کیوں پھوٹک (Brittle) ہوتا ہے جبکہ پیتل ایسا نہیں ہوتا؟ ریل کی پٹری کی ایک مخصوص شکل، I جیسی، ہونے کی کیا وجہ ہے؟ ایسے تمام سوالات کے جوابات حاصل کرنے کے لیے شروعات اس مطالعہ سے ہوگی کہ مقابلتاً سادہ قسم کے وزن اور قوتیں مختلف ٹھوس اجسام میں تخریب پیدا کرنے کے لیے کس طور عمل پیرا ہوتی ہیں۔اس باب میں ہم ٹھوس اشیا کے لچک دار برتاؤ اور ان کی میکانکی خاصیتوں کا مطالعہ کریں گے، جس سے ہمیں مندرجہ بالا سوالوں جیسے کئی سوالات کے جوابات حاصل ہو سکیں گے۔

9.2 ٹھوس اشیا کا لچک دار برتاؤ (ELASTIC BEHAVIOUR OF SOLIDS)

ہم جانتے ہیں کہ ٹھوس اشیا میں، ان کا ہر ایٹم یا مالیکیول، پڑوسی ایٹموں اور مالیکیولوں سے گھرا ہوتا ہے۔وہ ایک دوسرے سے بین ایٹمی (Interatomic) یا بین مالیکیولیائی (Intermolecular) قوتوں سے بندھے ہوتے ہیں اور ایک مستحکم توازنی حالت میں قائم رہتے ہیں۔جب ایک ٹھوس شے میں تخریب کاری کی جاتی ہے، تو ایٹم اور مالیکیول اپنے مقام توازن سے ہٹ جاتے ہیں، جس کی وجہ سے بین ایٹمی (بین مالیکولیائی) فاصلے تبدیل ہو جاتے ہیں۔جب تخریبی قوت کو ہٹالیا جاتا ہے، تو بین ایٹمی قوتیں انہیں دوبارہ اپنے اصل مقام پر واپس لے آتی ہیں۔اس طرح جسم اپنی اصل شکل اور اپنا اصل سائز دوبارہ حاصل کر لیتا ہے۔اس بحالی میکانزم کو شکل 9.1 میں دکھائے گئے، اسپرنگ گیند نظام کی مدد سے سمجھا جا سکتا ہے۔یہاں گیندیں ایٹموں کو ظاہر کرتی ہیں اور اسپرنگ بین ایٹمی قوتوں کی نمائندگی کرتی ہیں۔

شکل 9.1 ٹھوس اشیا کے لچك دار برتاؤ کے اظہار کے لیے اسپرنگ گیند ماڈل

اگر آپ کسی بھی گیند کو اس کے مقام توازن سے ہٹانے کی کوشش کریں، تو اسپرنگ نظام اسے اس کے اصل مقام پر بحال کرنے کی کوشش کرتا ہے۔اس طرح ٹھوس اشیا کے لچکدار برتاؤ کی، ٹھوس اشیا کی خورد بینی طبع کی بنیاد پر، وضاحت کی جا سکتی ہے۔روبرٹ ہوک (Robert Hooke) نے، جو ایک انگریز ماہر طبیعیات تھے، (1635-1703 عیسوی) اسپرنگوں پر تجربات کیے اور دریافت کیا کہ ایک جسم میں پیدا ہوئی تطویل لمبائی میں تبدیلی (Elongalion)، لگائی گئی قوت یا وزن کے راست متناسب ہوتی ہے۔ 1976 میں انہوں نے لچک کا قانون پیش کیا، جسے اب ہوک کا قانون کہتے ہیں، ہم حصہ 9.4 میں اس کے بارے میں پڑھیں گے۔بوائل کے قانون کی طرح یہ قانون بھی سائنس کے قدیم ترین مقداری رشتوں میں سے ایک رشتہ ہے۔انجینیرنگ ڈیزائن کے لیے، مختلف لوڈ (وزن) کے زیر اثر مختلف اشیا کے برتاؤ کو جاننا بہت اہم ہے۔

9.3 ذررا اور بگاڑ (STRESS AND STRAIN)

جب ایک جسم پر قوت لگائی جاتی ہے تو اس جسم میں کچھ کم یا زیادہ پیمانے پر تخریب ہوتی ہے جو کہ جسم کی طبع اور تخریبی قوت کی عددی قدر (Magnitude) کے تابع ہے۔بہت سی مادی اشیا میں پیدا ہوئی یہ تخریب

ہوسکتا ہے ہمیں دکھائی نہ دے یا ہم محسوس نہ کرسکیں، لیکن یہ تخریب ہوتی ضرور ہے۔ جب کسی جسم پر کوئی تخریبی قوت لگائی جاتی ہے، تو جیسا کہ پہلے بتایا جاچکا ہے، اس جسم میں ایک بحالی قوت پیدا ہو جاتی ہے۔ یہ بحالی قوت عددی قدر میں لگائی ہوئی قوت کے مساوی ہوتی ہے، لیکن سمت کے لحاظ سے اس کے مخالف ہوتی ہے۔ بحالی قوت فی اکائی رقبہ ذرر (Stress) کہلاتی ہے۔ اگر لگائی گئی قوت F ہے اور A جسم کا تراشی رقبہ (Area of Cross Section) ہے، تو

ذرر کی عددی قدر $= \dfrac{F}{A}$ (9.1)

ذرر کی SI (ایس۔آئی) اکائی Nm^{-2} یا پاسکل (Pascal, Pa) ہے اور اس کا ابعادی فارمولہ (Dimentional Formula) $[ML^{-1}T^{-2}]$ ہے۔

جب کسی ٹھوس پر کوئی باہری قوت لگتی ہے، تو اس کے ابعاد میں تین طرح سے تبدیلی آسکتی ہے۔ انھیں شکل 9.2 میں دکھایا گیا ہے۔ شکل 9.2(a) میں جسم کو ایسی قوتوں کے ذریعے کھنچا ہوا دکھایا گیا ہے، جو اس کے تراشی رقبہ کی عمودی سمتوں میں لگائی گئی ہیں۔ اس صورت میں، بحالی قوت فی اکائی رقبہ، تناؤ ذرر (Tensile Stress) کہلاتی ہے۔ اگر لگائی ہوئی قوتوں کے زیر اثر استوانہ دب جاتا ہے تو بحالی قوت فی اکائی رقبہ، دباؤ ذرر (Compressive Stress) کہلاتی ہے۔ تناؤ یا دباؤ ذرر کے لیے طولی ذرر (Longitudinal Stress) کی اصطلاح بھی استعمال کی جاسکتی ہے۔

ان دونوں صورتوں میں، استوانہ کی لمبائی میں تبدیلی آتی ہے۔ لمبائی میں آئی تبدیلی (ΔL) اور جسم کی اصل لمبائی L (اس صورت میں استوانہ کی لمبائی) کی نسبت، طولی بگاڑ (Longitdinal Strain) کہلاتا ہے۔

طولی بگاڑ $= \dfrac{\Delta L}{L}$ (9.2)

اگر دو مساوی اور مخالف تخریبی قوتیں، استوانہ کے تراشی رقبہ کے متوازی لگائی جائیں، جیسا کہ شکل 9.2(a) میں دکھایا گیا ہے، تو استوانہ کے مخالف رخوں کے درمیان نسبتی ہٹاؤ (Relative displacement) پیدا ہوتا ہے۔ لگائی گئی مماسی قوت (Tangential force) کی وجہ سے پیدا ہونے والی بحالی قوت فی اکائی رقبہ مماسی (Tangential) یا تحریفی ذرر (Shearing Stress) کہلاتی ہے۔

لگائی گئی مماسی قوت کے نتیجے میں، استوانہ کے مخالف رخوں کے درمیان

رابرٹ ہوک (Robert Hooke)
(1635-1703 عیسوی)

رابرٹ ہوک 18 جولائی 1935 کو فریش واٹر (Freshwater)، جزیرہ وائٹ (Isle of wight) میں پیدا ہوئے۔ وہ سترہویں صدی کے نہایت ذہین اور ہمہ گیر صلاحیتیں رکھنے والے برطانوی سائنسدانوں میں سے ایک تھے۔ انہوں نے آکسفورڈ یونیورسٹی میں داخلہ لیا لیکن اپنی تعلیم مکمل نہیں کی۔ لیکن پھر بھی وہ ایک نہایت باصلاحیت موجد، آلات ساز اور عمارتی ڈیزائن تیار کرنے کے ماہر تھے۔ انہوں نے باوئلین ہوا پمپ (Boylean air Pump) تیار کرنے میں رابرٹ بوائل (Robert Boyle) کے مددگار کے بہ طور کام کیا۔ 1962 میں نئی قائم کی گئی رائل سوسائٹی میں ان کا تقرر بہ طور مہتمم تجربات کیا گیا۔ 1965 میں وہ گریشم کالج میں جومیٹری کے پروفیسر مقرر ہوئے، جہاں انہوں نے اپنے فلکیاتی مشاہدات کیے۔ انہوں نے ایک گریگورین انعکاسی دوربین بنائی، (Gragorian reflecting telescope Trapezium) منحرف میں پانچواں ستارہ اور تارامنڈل (Constellation) جبار (Orion) میں ایک سہ ستارہ (Asterism) دریافت کیا، تجویز کیا کہ مشتری (Jupiter) اپنے محور پر گردش کرتا ہے، مریخ کے تفصیلی نقشے تیار کیے، جو بعد میں، 19 ویں صدی میں اس سیارہ کی گردش کرنے کی شرح معلوم کرنے میں استعمال ہوئے، سیاروں کی حرکت کو بیان کرنے والا مقلوب مربع قانون (Inverse square law) وضع کیا، جسے بعد میں نیوٹن نے سدھارا۔ وہ رائل سوسائٹی کے رکن منتخب ہوئے اور انہوں نے 1667 سے 1682 تک سوسائٹی کے سکریٹری کے بہ طور بھی خدمات انجام دیں۔ انہوں نے اپنے مشاہدات مائکروگریفیا (Micrographiya) میں سلسلہ وار پیش کیے اور روشنی کا لہری نظریہ تجویز کیا اور حیاتیاتی تناظر میں پہلی بار لفظ خلیہ (Cell) استعمال کیا۔

رابرٹ ہوک طبیعات کی دنیا میں سب سے زیادہ اپنی، لچک کے قانون کی دریافت سے جانے جاتے ہیں: اٹ ٹینسیو، سک، وز (Ut tensio, sic vis) (یہ لاطینی عبارت ہے، جس کا مطلب ہے، جیسی تخریب ہوگی ویسی ہی قوت ہوگی۔) اس قانون نے ذرر اور بگاڑ کے مطالعے اور لچک دار اشیا کی تفہیم کے لیے بنیاد فراہم کی۔

نسبتی نقل Δx ہوتا ہے، جیسا کہ شکل (a) 9.2 میں دکھایا گیا ہے۔ اس طرح سے پیدا ہوئے بگاڑ کو تحریفی بگاڑ کہتے ہیں اور اس کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ یہ رخوں کے نسبتی نقل Δx اور استوانہ کی لمبائی کی نسبت ہے۔

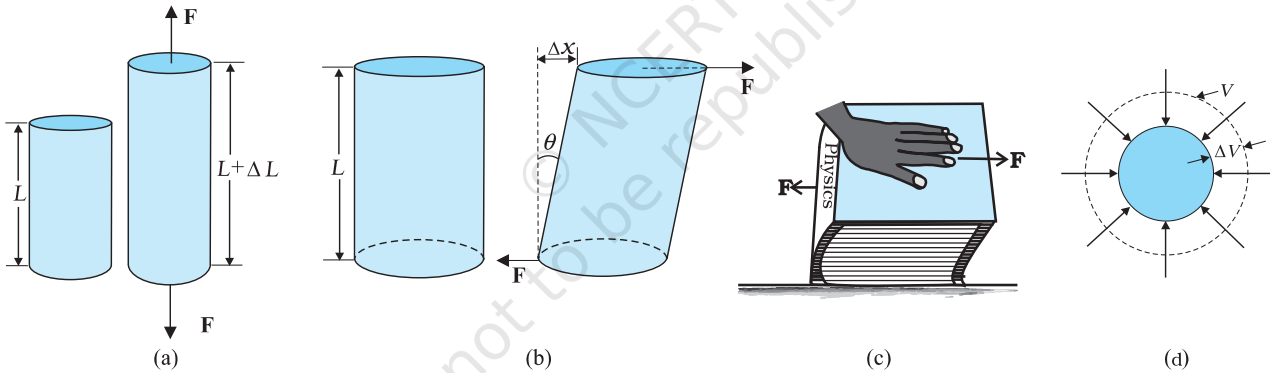
$$\text{تحریفی بگاڑ} = \frac{\Delta x}{l} \tag{9.3}$$
$$= \tan\theta$$

جہاں θ، استوانہ کا اس کی راسی حالت (Vertical) (استوانے کے اصل حالت) سے زاویائی نقل (Angular Displacement) ہے۔ کیونکہ θ بہت چھوٹا ہوتا ہے، زاویہ θ، $\tan\theta$ کے تقریباً مساوی ہے۔ (مثال کے طور پر اگر، $\theta = 10$، ہے تو θ اور $\tan\theta$ میں صرف 1 فیصد فرق ہے۔)

آبی دباؤ کے تحت ہے۔ اس سے اس کی جیومیٹریائی شکل میں کوئی تبدیلی آئے بغیر اس کے حجم میں کمی آجاتی ہے۔

جسم میں اندرونی بحالی قوتیں پیدا ہوتی ہیں جو سیال کے ذریعے لگائی گئی قوت کے مساوی اور مخالف ہوتی ہیں۔ (جسم سیال میں سے باہر نکال لیے جانے پر اپنی اصل شکل اور ناپ دوبارہ حاصل کر لیتا ہے)۔ اس صورت میں، اندرونی بحالی قوت فی اکائی رقبہ، آبی ذرر (hydraulic stress) کہلاتی ہے، جو مقدار میں آبی دباؤ (لگائی گئی قوت فی اکائی رقبہ) کے مساوی ہے۔

آبی دباؤ کے ذریعے پیدا ہوا بگاڑ حجم بگاڑ (Volume Strain) کہلاتا ہے۔ اور اس کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ یہ حجم میں آئی تبدیلی (Δv) اور اصل حجم (V) کی نسبت ہے۔

$$\text{حجم بگاڑ} = \frac{\Delta v}{v} \tag{9.5}$$

شکل 9.2 **(a)** استوانہ: جس پر کام کر رہا تناؤ ذرر اس کو مقدار ΔL سے کھینچتا ہے۔ **(b)** ایک استوانہ جس پر تحریفی ذرر (مماسی ذرر) لگ رہا ہے، اس میں زاویہ θ کی تخریب ہوتی ہے۔ **(c)** ایک کتاب جس پر تحریفی ذرر لگایا گیا ہے **(d)** ایک ٹھوس کرہ جس پر ایک ہموار آبی ذرر کام کر رہا ہے، اس کے حجم میں ΔV مقدار کی کمی کر دیتا ہے۔

یہ بھی تصور کیا جا سکتا ہے، کہ اگر ایک کتاب کو ہاتھ سے دبایا جائے اور افقی سمت میں دھکیلا جائے، جیسا کہ شکل (c) 9.2 میں دکھایا گیا ہے، تو

$$\text{تحریفی بگاڑ} = \tan\theta \approx \theta \tag{9.4}$$

شکل (d) 9.2 میں ایک ٹھوس کرہ کو جو ایک سیال میں رکھا ہوا ہے، زیادہ دباؤ پر تمام اطراف سے دابا جاتا ہے۔ سیال کے ذریعے لگائی گئی قوت سطح کے ہر نقطے پر عمودی سمت میں کام کرتی ہے اور (کرہ) کو کہا جا سکتا ہے کہ وہ

کیونکہ بگاڑ، ابعاد میں آئی تبدیلی کی اصل ابعاد سے نسبت ہے، اس لیے اس کی کوئی اکائی یا ابعادی فارمولہ نہیں ہوتا۔

9.4 ہوک کا قانون (HOOKE'S LAW)

ذرر اور بگاڑ، شکل 9.2 میں دکھائی گئی مختلف صورتوں میں مختلف شکلیں اختیار کرتے ہیں۔ چھوٹی تخریبوں کے لیے، ذرر اور بگاڑ ایک دوسرے کے

متناسب(Proportional)ہوتے ہیں۔ یہ ہوک کا قانون کہلاتا ہے۔

اس لیے

بگاڑ α ذرر

بگاڑ × K = ذرر (9.6)

جہاں k تناسبیت مستقلہ ہے اور لچک کا مقیاس (Modulus of Elasticity) کہلاتا ہے۔

ہوک کا قانون ایک تجربی (Empirical) قانون ہے اور زیادہ تر مادی اشیاء کے لیے درست پایا گیا ہے۔ لیکن کچھ ایسی مادی اشیا ہیں جو اس خطی رشتہ کو نہیں ظاہر کرتیں۔

9.5 ذرر بگاڑ منحنی (STRESS-STRAINCURVE)

ایک دی ہوئی مادی شے کے لیے، جو تناؤ ذرر کے تحت ہو، ذرر اور بگاڑ میں رشتہ تجرباتی طور پر حاصل کیا جاسکتا ہے۔ تناؤ خاصیتوں کی معیاری جانچ میں ایک جانچ استوانہ یا تار کو ایک لگائی ہوئی قوت کے ذریعے کھینچا جاتا ہے۔ لمبائی میں آئی کسری تبدیلی (بگاڑ) اور اس بگاڑ کو پیدا کرنے کے لیے درکار لگائی گئی قوت کو ریکارڈ کرلیا جاتا ہے۔ لگائی گئی قوت میں متعین اقدام میں بتدریج اضافہ کیا جاتا ہے اور لمبائی میں آئی تبدیلی درج کرلی جاتی ہے۔ اور ذرر (جو مقدار میں لگائی گئی قوت فی اکائی رقبہ کے مساوی ہے) اور پیدا ہوئے بگاڑ میں ایک گراف کھینچا جاتا ہے۔ ایک دھات کے لیے یہ مخصوص گراف شکل 9.3 میں دکھایا گیا ہے۔ دباؤ اور تحریفی ذرر کے لیے مماثل (Analogous) گراف بھی حاصل کیے جاسکتے ہیں۔ ذرر بگاڑ منحنی، مختلف مادی اشیا کے لیے مختلف ہوتے ہیں۔ یہ منحنی ہمیں یہ سمجھنے میں مدد کرتے ہیں کہ ایک دی ہوئی مادی شے میں لوڈ میں اضافہ کرنے پر کس طور پر تخریب ہوتی ہے۔ گراف سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ O سے A تک کے علاقے میں، منحنی سیدھا (خطی) ہے۔ اس علاقہ میں ہوک قانون لاگو ہوتا ہے۔ لگائی گئی قوت کے ہٹائے جانے پر جسم اصل ابعاد دوبارہ حاصل کرلیتا ہے۔ اس علاقہ میں ٹھوس اشیا بطور لچک دار جسم برتاؤ کرتی ہیں۔

شکل 9.3: ایک تار پذیر مادے کے لیے مخصوص ذرر۔ بگاڑ منحنی

A سے B تک کے علاقے میں، ذرر اور بگاڑ متناسب نہیں ہیں۔ لیکن پھر بھی، اگر لوڈ ہٹا لیا جائے تو جسم اپنے اصل ابعاد پر واپس آجاتا ہے۔ نقطہ B نقطہ حصول (Yeild point) کہلاتا ہے (اسے لچک حد Elastic limit بھی کہتے ہیں) اور اس سے مناسبت رکھنے والا ذرر، مادے کی حصول طاقت (Yeild Strength)(Sy) کہلاتی ہے۔

اگر لوڈ میں مزید اضافہ کیا جائے، تو پیدا ہونے والا ذرر، حصول طاقت سے زیادہ ہوجاتا ہے اور ذرر میں معمولی سی تبدیلی سے بھی بگاڑ میں تیزی سے اضافہ ہوتا ہے۔ منحنی کا B اور D کے درمیان کا حصہ اسے دکھاتا ہے۔ اب اگر لوڈ کو ہٹا لیا جائے، مان لیجیے، B اور D کے ایک درمیانی نقطہ C پر، تو جسم اپنے اصل ابعاد پر واپس نہیں آتا۔ اس صورت میں، جب ذرر صفر بھی ہوتا ہے، بگاڑ صفر نہیں ہوتا۔ اب کہا جاتا ہے کہ مادہ ایک مستقل سیٹ میں ہے۔ اور یہ تخریب، پلاسٹک تخریب کہلاتی ہے۔ گراف پر نقطہ D، مادے کی آخری تناؤ طاقت (Su) ہے۔ اس نقطہ سے آگے، ایک کم لگائی گئی قوت سے بھی مزید بگاڑ پیدا ہوتا ہے اور نقطہ E پر شے ٹوٹ جاتی ہے۔ اگر آخری طاقت اور نقطہ D اور E ایک دوسرے کے نزدیک ہوں تو وہ مادہ پھوٹک کہلاتا ہے۔ اگر یہ ایک دوسرے سے کافی فاصلے پر ہوں تو مادہ تار پذیر (Ductile) کہلاتا ہے۔

جیسا کہ پہلے بتایا جاچکا ہے ہر مادے کا ذرر۔ بگاڑ برتاؤ جدا ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر ربر کو اپنی اصل لمبائی سے کئی گنا زیادہ کھینچا جائے، تب بھی وہ اپنی

ذرر Stress ($10^6\ Nm^{-2}$)
1.0 0.5 0
0 0.5 1.0
بگاڑ Strain

شکل 9.4 شریان کبیر **(aorta)** جو دل سے خون لے جانے والی بڑی نلی ہے، کے ایک لچکیلے منسوج **(Tissue)** کے لیے ذرر۔ بگاڑ منحنی۔

اصل شکل پر واپس آ جاتی ہے۔ حالانکہ لچکدار علاقہ بہت وسیع ہے، لیکن مادے کے لیے علاقے کے زیادہ تر حصے میں ہوک کا قانون لاگو نہیں ہوتا۔ مزید یہ کہ کوئی معروف پلاسٹک علاقہ نہیں ہے۔ شریان کبیر کے منسوج، ربر جیسے مادے، جنہیں کھینچ کر بڑا بگاڑ پیدا کیا جا سکتا ہے، لچکیہ (Elastomer) کہلاتے ہیں۔

9.6 لچک مقیاس (ELASTIC MODULI)

ذرر بگاڑ منحنی کا وہ علاقہ جو لچک حد کے اندر ہے اور متناسب ہے، ساختی اور تعمیری انجینیرنگ ڈیزائن کے لیے بہت اہمیت رکھتا ہے۔ ذرر اور بگاڑ کی نسبت، جو لچک کا مقیاس (Modulus of elasticity) کہلاتی ہے، مادے کی خاصیت ہوتی ہے۔

9.6.1 ینگ مقیاس (Young's modulus)

تجرباتی مشاہدات سے ظاہر ہوتا ہے کہ ایک دیے ہوئے مادے کے لیے، پیدا ہونے والے بگاڑ کی عددی قدر یکساں ہوتی ہے، چاہے ذرر، تناؤ ذرر ہو یا دباؤ ذرر۔ تناؤ (یا دباؤ) ذرر (σ) اور طولی بگاڑ (ε) کی نسبت کی تعریف بہ طور ینگ مقیاس (Young's Modulus) کی جاتی ہے، اور اسے علامت Y سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$Y = \frac{\sigma}{\varepsilon} \qquad (9.7)$$

مساواتوں (9.1) اور (9.2) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے۔

$$Y = \left(\frac{\frac{F}{A}}{\frac{\Delta L}{L}}\right)$$

$$Y = (F \times L)/(A \times \Delta L) \qquad (9.8)$$

کیونکہ بگاڑ ایک غیر ابعادی مقدار ہے اس لیے ینگ مقیاس کی بھی اکائی

جدول 9.1 کچھ مادی اشیا کے ینگ کے مقیاس اور حصول طاقت کی قدریں

مادی شے	کثافت (Kgm^{-3})	ینگ کا مقیاس Y $(10^9\ Nm^{-2})$	آخری طاقت σ_x $(10^6\ Nm^{-2})$	حصول طاقت σ_y $(10^6\ Nm^{-2})$
المونیم	2710	70	110	95
تانبہ	8890	110	400	200
لوہا (تپایا ہوا) (Wrought)	7800–7900	190	330	170
فولاد	7860	200	400	250
شیشہ#	2190	65	50	—
کنکریٹ	2320	30	40	—
لکڑی#	525	13	50	
ہڈی#	1900	9.4	170	—
پالی اسٹائی رین (Polystyrene)	1050	3	48	—

*مادہ دباؤ کے تحت جانچا گیا۔

وہی ہے جو ذرر کی ہے، یعنی Nm^{-2} یا پاسکل (Pa)۔ جدول 9.1 میں کچھ مادوں کے ینگ کے مقیاس اور حصول طاقت کی قدریں دی گئی ہیں۔

جدول 9.1 میں دیے ہوئے تخمینوں سے یہ نوٹ کیا جا سکتا ہے کہ دھاتوں کے لیے ینگ کے مقیاس کی قدر بڑی ہوتی ہے۔ اس لیے ان مادوں کی لمبائی میں خفیف تبدیلی لانے کے لیے بڑی قوت درکار ہوتی ہے۔ ایک $0.1\,cm^2$ تراشی رقبہ والے پتلے فولادی تار کی لمبائی میں 0.1% اضافہ کرنے کے لیے 2000N' قوت درکار ہوتی ہے۔ المونیم، پیتل اور تانبہ کے ان تاروں میں جن کا تراشی رقبہ یکساں ہو، اتنا ہی بگاڑ پیدا کرنے کے لیے درکار قوتیں، حسب ترتیب 690N، 900N اور 1100N ہیں۔ اس کا مطلب ہوا کہ تانبہ، پیتل اور المونیم کے مقابلے میں فولاد زیادہ لچکیلا ہے۔ یہی وجہ ہے کہ زیادہ استعمال ہونے والی مشینوں اور ساختی ڈیزائنوں میں فولاد کو فوقیت دی جاتی ہے۔ لکڑی، ہڈی، کنکریٹ اور شیشہ کی ینگ کے مقیاس کی قدریں مقابلتاً کم ہیں۔

مثال 9.1: ایک فولادی چھڑ کا نصف قطر 10mm اور لمبائی 1.0m ہے۔ ایک 100kN کی قوت اسے لمبائی میں کھینچتی ہے۔ حساب لگائیے: (a) ذرر (b) تطویل اور (c) چھڑ میں پیدا ہوا بگاڑ۔ ساخت شدہ فولاد کا ینگ مقیاس $2.0\times10^{11}\,Nm^{-2}$ ہے۔

جواب: ہم فرض کرتے ہیں کہ چھڑ کے ایک کنارے کو شکنجے میں کس دیا گیا ہے، اور دوسرے کنارے پر، اس کی لمبائی کے متوازی، قوت F لگائی گئی ہے۔ تب چھڑ پر کام کر رہا ذرر دیا جائے گا:

$$\text{ذرر} = F/A = F/\pi r^2$$
$$= (100\times10^3\,N)/\left[3.14\times(10^{-2}\,m)^2\right]$$
$$= 3.18\times10^8\,Nm^{-2}$$

تطویل (لمبائی میں اضافہ)

$$\Delta L = \frac{(F/A)L}{Y}$$
$$= \frac{(3.18\times10^8\,Nm^{-2})(1m)}{2\times10^{11}\,Nm^{-2}}$$
$$= 1.59\times10^{-3}\,m$$
$$= 1.59\,mm$$

بگاڑ دیا جاتا ہے

$$\text{بگاڑ} = \frac{\Delta L}{L}$$
$$= (1.59\times10^{-3}\,m)/(1m)$$
$$= 1.59\times10^{-3}$$
$$= 0.16\%$$

مثال 9.2: ایک 2.2m لمبائی کے تانبے کے تار اور 1.6m لمبائی کے فولاد کے تار کے سروں کو جوڑ دیا گیا۔ دونوں تاروں کا قطر 3.0mm ہے۔ جب انہیں ایک لوڈ کے ذریعے کھینچا جاتا ہے، تو کل تطویل 0.70mm ہوتی ہے۔ معلوم کیجیے کہ کتنا لوڈ لگایا گیا۔

جواب: تانبہ اور فولاد کے تار ایک تناؤ ذرر کے تحت ہیں، کیونکہ دونوں پر یکساں تناؤ (جو لوڈ W کے مساوی ہے) کام کر رہا ہے اور دونوں کا تراشی رقبہ A یکساں ہے۔

مساوات (9.7) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے: ینگ مقیاس × بگاڑ = ذرر

$$\frac{W}{A} = Y_c\left(\Delta L_c/L_c\right) = Y_s\times\left(\Delta L_s/L_s\right)$$

جہاں پر زیریں علامتیں C اور S بالترتیب تانبہ (کوپر) اور فولاد (اسٹیل) سے مطابقت رکھتی ہیں۔ یا

$$\frac{\Delta L_c}{\Delta L_s} = \left(Y_s/Y_c\right)\times\left(L_c/L_s\right)$$

دیا ہوا ہے: $L_c = 2.2m, \quad L_s = 1.6m$

جدول 9.1 سے:

$$Y_c = 1.1\times10^{11}\,nm^{-2}, \quad Y_s = 2.0\times10^{11}\,nm^{-2}$$

$$\therefore \frac{\Delta L_C}{\Delta L_S} = \left(2.0\times10^{11}/1.1\times10^{11}\right)\times\left(2.2/1.6\right)$$
$$= 2.5$$

کل تطویل (لمبائی میں اضافہ) ہے:

$$\Delta L_C + \Delta L_S = 7.0\times10^{-4}\,m$$

مندرجہ بالا مساواتوں کو حل کرنے پر:

$\Delta L_C = 5.0\times10^{-4}\,m,\ \Delta LS = 2.0\times10^{-4}\,m$

$W = (A \times Y_C \times \Delta Lc)/L_C$

$= \pi(1.5\times10^{-3})^2 \times [(5.0\times10^{-4}\times1.1\times10^{11})/2.2]$

$= 1.8\times10^2\,N$

مثال 9.3: ایک سرکس میں ایک انسانی اہرام کے متوازی گروپ کا کل وزن، ایک فنکار کے پیروں کے سہارے پر ہے جو پیٹھ کے بل لیٹا ہوا ہے (جیسا کہ شکل 9.5 میں دکھایا گیا ہے)۔ اس عمل میں شامل تمام فنکاروں اور میزوں اور تختوں وغیرہ کا کل وزن 280Kg ہے۔ اہرام میں سب سے نیچے لیٹے ہوئے فنکار کا وزن 60Kg ہے۔ اس فنکار کی ران کی ہڈی کی لمبائی 50cm اور موثر نصف قطر 2.0 cm ہے۔ معلوم کیجیے کہ زائد لوڈ کے زیر اثر ہر ران کی ہڈی کتنی دبے گی۔

شکل 9.5: ایک سرکس میں انسانی اہرام

جواب: تمام فنکاروں، چیزوں، تختوں وغیرہ کی کل کمیت = 280kg

فنکار کی کمیت = 60kg

کمیت جسے اہرام کے سب سے نیچے لیٹے ہوئے فنکار کے ذریعے سہارا دیا جا رہا ہے

=280–60=220Kg

اس سہارا دیے جانے والی کمیت کا وزن

=220Kg wt=220×9.8 N = 2156N

وزن جسے فنکار کی ایک ران کی ہڈی سہارا دے رہی ہے

$= \frac{1}{2}\times(2156)N = 1078N$

جدول 9.1 سے، ہڈی کا ینگ مقیاس ہے

$Y = 9.4\times10^9\,Nm^{-2}$

ایک ران کی ہڈی کی لمبائی (L)=0.5m

ران کی ہڈی کا نصف قطر =2.0 cm

اس لیے،

ران کی ہڈی کی تراشی رقبہ $= A = \pi\times(2\times10^{-2})^2\,m^2 = 1.26\times10^{-3}\,m^2$

مساوات 9.8 استعمال کرتے ہوئے، ہر ران کی ہڈی میں پیدا ہوا نے والا داب (ΔL) ہے

$\Delta L = [(F\times L)/(Y\times A)]$

$= [(1078\times0.5)/(9.4\times10^9\times1.26\times10^{-3})]$

$= 4.55\times10^{-5}\,m \quad = 4.55\times10^{-3}\,cm$

یہ ایک بہت چھوٹی تبدیلی ہے۔ ران کی ہڈی کی لمبائی میں کسری کمی ہے

$\frac{\Delta L}{L} = 0.000091$

یا

=0.0091%

9.6.2 ایک تار کے مادے کا ینگ مقیاس معلوم کرنا (Determination of Young's modulus of the material of a wire)

تناؤ کے زیر اثر ایک تار کے مادے کا ینگ مقیاس معلوم کرنے کا ایک مخصوص تجرباتی نظم شکل 9.6 میں دکھایا گیا ہے۔ یہ دو ایسے لمبے مستقیم تاروں پر مشتمل

ہے جن کی لمبائیاں اور نصف قطر یکساں ہیں اور جو ایک دوسرے کے متوازی ایک جامد استوار سہارے سے لٹکائے گئے ہیں۔ تار A (جو حوالہ تار کہلاتا ہے) میں ایک ملی میٹر پیمانہ M لگا ہوتا ہے اور ایک وزن رکھنے کے لیے پلڑا لگا ہوتا ہے۔ تار B (جو تجرباتی تار کہلاتا ہے)، جس کا تراشی رقبہ ہموار ہے، میں بھی ایک پلڑا لگا ہوتا ہے، جس میں معلوم اوزان رکھے جاسکتے ہیں۔ تجرباتی تار B کے نچلے سرے پر ایک سوئی (Pointer) لگی ہوتی ہے، جس سے ایک ورنیر اسکیل (Vernier Scale) منسلک ہوتی ہے، اور ملی میٹر اسکیل M حوالہ تار A سے جڑا ہوتا ہے۔ پلڑے میں رکھے گئے اوزان ایک قوت نیچے کی سمت میں لگاتے ہیں اور تجرباتی تار کو تناؤ ذرر کے زیر اثر کھینچتے ہیں۔ تار میں پیدا ہوئی تطویل (لمبائی میں اضافہ) کو ورنیر نظام کے ذریعے ناپا جاتا ہے۔ حوالہ تار اس لیے استعمال کیا جاتا ہے، تاکہ اگر درجۂ حرارت میں تبدیلی کی وجہ سے لمبائی میں کوئی تبدیلی ہو تو اس کی تلافی کی جاسکے، کیونکہ درجۂ حرارت کی تبدیلی کی وجہ سے جو تبدیلی حوالہ تار کی لمبائی میں ہوگی، وہی یکساں تبدیلی تجرباتی تار میں بھی ہوگی۔ (درجۂ حرارت کے ان اثرات کا تفصیلی مطالعہ ہم باب 11 میں کریں گے۔)

شکل 9.6: ایک تار کے مادے کا ینگ مقیاس معلوم کرنے کا ایک نظم

حوالہ اور تجرباتی دونوں تاروں سے منسلک پلڑوں میں ایک یکساں چھوٹا وزن رکھا جاتا ہے تاکہ تار بالکل سیدھے ہو جائیں اور ورنیر کی ریڈنگ (Reading) نوٹ کر لی جاتی ہے۔ اب تجرباتی تار پر بتدریج مزید اوزانوں کے ذریعے لوڈ لگا کر اسے تناؤ ذرر کے زیر اثر لایا جاتا ہے اور ورنیر اسکیل کی ریڈنگ دوبارہ نوٹ کر لی جاتی ہے۔ ان دو ورنیر اسکیل کی ریڈنگ کا فرق، تار میں پیدا ہوئی تطویل (لمبائی میں اضافہ) بتاتا ہے۔ فرض کیجیے کہ R اور L تجرباتی تار کے آغازی نصف قطر اور آغازی لمبائی، بالترتیب ہیں۔ تب، تار کا تراشی رقبہ πr^2 ہوگا۔ فرض کیجیے M وہ کمیت ہے جس نے تار میں تطویل ΔL پیدا کی ہے۔ اس لیے، لگائی گئی قوت Mg کے مساوی ہے، جہاں g، مادی کشش اسراع (Acceleration due to gravity) ہے۔

مساوات (9.8) سے، تجرباتی تار کا ینگ مقیاس دیا جاتا ہے:

$$Y = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \sqrt{\frac{Mg}{\pi r^2} \cdot \frac{L}{\Delta L}}$$

$$= Mg \times L / (\pi r^2 \times \Delta L) \qquad (9.9)$$

9.6.3 تحریفی مقیاس (Shear modulus)

تحریفی ذرر کی اس سے مطابقت رکھنے والے تحریفی بگاڑ سے نسبت، مادے کا تحریفی مقیاس کہلاتا ہے، جسے G سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ اسے استواریت کا مقیاس (Modulus of Rigidity) بھی کہتے ہیں۔

$$G = \text{تحریفی ذرر } (\sigma_s) / \text{تحریفی بگاڑ}$$

$$G = (F/A)/(\Delta x/L)$$

$$= (F \times L)/(A \times \Delta x) \qquad (9.10)$$

اسی طرح، مساوات 9.4 سے

$$G = (F/A)/\theta$$

$$= F/(A \times \theta) \qquad (9.11)$$

تحریفی ذرر σ_s کو ایسے بھی ظاہر کیا جاسکتا ہے

$$= G \times \theta\, \sigma_s \qquad (9.12)$$

تحریفی مقیاس کی SI اکائی $N\ m^{-2}$ یا Pa ہے۔ کچھ عام مادی اشیا کے تحریفی مقیاس کی قدر جدول 9.2 میں دی گئی ہیں۔ یہ دیکھا جا سکتا ہے کہ تحریفی مقیاس کی قدر عام طور پر ینگ مقیاس کی قدر (جدول 9.1) سے کم ہوتی ہے۔ زیادہ تر مادوں کے لیے $G \approx Y/3$۔

جدول 9.2 کچھ عام مادی اشیاء کے تحریفی مقیاس

مادی شے	G ($10^9\ Nm^{-2}$ یا GPa)
المونیم	25
پیتل	36
تانبہ	42
شیشہ	23
لوہا	70
سیسہ	5.6
نکل	77
فولاد	84
ٹنگسٹن	150
لکڑی	10

مثال 9.4: ایک مربع شکل کی سیسے کی سلیب، جس کا ایک ضلع 50cm اور موٹائی 10cm ہے، پر 9.0×10^4 N تحریفی ذور لگایا جاتا ہے (اس کے پتلے رخ پر) نچلے کنارے کو زمین سے منسلک کر دیا جاتا ہے۔ اوپری کنارے میں کتنا نقل پیدا ہوگا۔

جواب: سیسہ کی سلیب زمین پر نصب ہے اور قوت پتلے رخ کے متوازی لگائی گئی ہے، جیسا کہ شکل 9.7 میں دکھایا گیا ہے۔ اس رخ کا رقبہ، جس کے متوازی قوت لگائی گئی ہے۔

$$A = 50\ cm\times10\ cm$$
$$= 0.5\ m\times0.1\ m$$
$$= 0.05\ m^2$$

اس لیے لگایا گیا ذور ہے

$$= (9.4\times10^4\ N/0.05\ m^2)$$
$$= 1.80\times10^6\ N.m^{-2}$$

شکل 9.7

ہم جانتے ہیں کہ G / ذور = $(\Delta x/L)$ = تحریفی بگاڑ

اس لیے (Δx) = (ذور $\times L$)$/G$ نقل

$$= (1.8\times10^6\ N\ m^{-2}\times0.5 m)/(5.6\times10^9\ N\ m^{-2})$$
$$= 1.6\times10^{-4}\ m = 0.16\ mm$$

9.6.4 جحم مقیاس (Bulk modulus)

حصہ (9.3) میں ہم دیکھ چکے ہیں کہ جب ایک جسم کو ایک سیال میں ڈبویا جاتا ہے تو اس پر آبی ذور لگتا ہے (جو عددی قدر میں آبی دباؤ کے مساوی ہوتا ہے)۔ اس کی وجہ سے جسم کے حجم میں کمی آ جاتی ہے اور اس طرح ایک بگاڑ پیدا ہوتا ہے جو حجم بگاڑ کہلاتا ہے [مساوات (9.5)]۔ آبی ذور کی اس کے مطابق آبی بگاڑ سے نسبت حجم مقیاس کہلاتی ہے۔ اسے علامت B سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

$$B = -p/(\Delta V/V) \qquad (9.13)$$

منفی علامت یہ ظاہر کرتی ہے کہ دباؤ میں اضافہ کے ساتھ حجم میں کمی آتی ہے۔ یعنی کہ اگر p مثبت ہے، ΔV منفی ہے۔ اس لیے ایک ایسے نظام کے لیے جو توازن میں ہے، حجم مقیاس کی قدر، ہمیشہ مثبت ہوگی۔ حجم مقیاس کی SI اکائی وہی ہے جو دباؤ کی ہے، یعنی $N\ m^{-2}$ یا Pa۔ کچھ عام مادی اشیا کے حجم مقیاس کی قدریں جدول 9.3 میں دی گئی ہیں۔

حجم مقیاس کا مقلوب (Reciprocal) داب پذیری (Compressibility) کہلاتا ہے اور اسے k سے ظاہر کرتے ہیں۔ اس کی تعریف اس طرح کی جاتی ہے کہ یہ حجم میں کسری تبدیلی فی دباؤ میں اکائی اضافہ ہے:

$$k = (1/B) = -(1/\Delta p)\times(\Delta V/V) \qquad (9.14)$$

جدول 9.3 میں دیے ہوئے تخمینوں سے یہ دیکھا جاسکتا ہے کہ ٹھوس اشیا کے لیے حجم مقیاس کی قدریں رقیق اشیا کے حجم مقیاس کی قدروں سے بہت زیادہ ہوتی ہیں، اور رقیق اشیا کی یہ قدریں گیس اشیا کی ان قدروں سے بہت زیادہ ہوتی ہیں۔

جدول 9.3: کچھ عام مادی اشیا کے حجم مقیاس

ٹھوس مادی شے	$B\ (10^9\ N\ m^{-2}$ or GPa)
المونیم	72
پیتل	61
تانبہ	140
شیشہ	37
لوہا	100
نِکل	260
فولاد	160
رقیق	
پانی	2.2
ایتھانول	0.9
کاربن ڈائی سلفائڈ	1.56
گلیسرین	4.76
پارہ	25
گیس	
ہوا (STP پر)	1.0×10−4

اس لیے ٹھوس سب سے کم داب پذیر ہیں اور گیسیں سب سے زیادہ داب پذیر ہیں۔ گیسیں، ٹھوس اشیا کے مقابلے میں تقریباً دس لاکھ گنا زیادہ داب پذیر ہیں۔ گیسوں کی داب پذیری کی قدریں بڑی ہوتی ہیں، جو دباؤ اور درجۂ حرارت کے ساتھ تبدیل ہوتی ہیں۔ ٹھوس اشیا کی غیر داب پذیری کی بنیادی وجہ ان کے ایٹموں کی مضبوط بندش ہے۔ رقیق اشیا میں ان کے مالیکیول بھی ایک دوسرے سے بندھے ہوتے ہیں لیکن اتنی مضبوطی سے نہیں جتنی مضبوطی ٹھوس مالیکیول میں ہوتی ہے۔ گیسوں میں مالیکیول بہت ہی کم قوت سے جڑے ہوتے ہیں۔

جدول 4.9 میں ذرر کی مختلف قسموں، بگاڑ کی مختلف قسموں، لچک مقیاس اور مادے کی متعلقہ حالت کو ایک نظر میں دیکھا جاسکتا ہے۔

مثال 9.5: بحر ہند کی اوسط گہرائی 3000m ہے۔ سمندر کی سب سے نچلی سطح پر پانی کا کسری داب معلوم کیجیے۔ دیا ہوا ہے کہ پانی کا حجم مقیاس $2.2\times10^9\ N\ m^{-2}$ ہے۔ $(g = 10\ m\ s^{-2})$

جواب: 3000m کے پانی کے کالم کے ذریعے سب سے نچلی پرت پر لگایا گیا دباؤ

$$p = h\rho g = 3000\ m \times 1000\ kg\ m^{-3} \times 10\ ms^{-2}$$
$$= 3\times10^7\ kg\ m^{-1}\ s^{-2}$$
$$= 3\times10^7\ N\ m^{-2}$$

کسری داب $\Delta V/V$ ہے۔

جدول 9.4 ذرر، بگاڑ اور مختلف لچک مقیاس

ذرر کی قسم	ذرر	بگاڑ	تبدیلی		لچک مقیاس	مقیاس کا نام	مادے کی حالت
			جسم میں، شکل میں				
تناؤی یا دابی $(\sigma=F/A)$	دو مساوی اور مخالف قوتیں، جو مخالف رخوں پر عمود ہیں	تطویل یا داب، جو قوت کی سمت کے متوازی ہے $(\Delta L/L)$ (طولی بگاڑ)	ہاں	نہیں	$Y = (F\times L)/(A\times\Delta L)$	ینگ کا مقیاس	ٹھوس
تحریفی $(\sigma_s=F/A)$	دو مساوی اور مخالف قوتیں جو مخالف سطحوں کے متوازی ہیں۔ ہر صورت میں قوتیں ایسی ہیں کہ کل قوت اور کل پیچ صفر ہو	خالص انحراف، θ	ہاں	نہیں	$G = \frac{F}{(A\times\theta)}$	تحریفی مقیاس	ٹھوس
آبی	قوتیں، جو سطح پر ہر جگہ عمودی ہیں، قوت فی اکائی رقبہ (دباؤ) ہر جگہ یکساں ہے۔	حجم تبدیلی (دباؤ یا تطویل) $(\Delta V/V)$	نہیں	ہاں	$B = -p/(\Delta V/V)$	حجم مقیاس	ٹھوس، رقیق اور گیس

$\Delta V/V = دباؤ/B = (3\times10^7\ \text{N m}^{-2})/(2.2\times10^9\ \text{N m}^{-2})$

$= 1.36\ \%$

یا 1.36×10^{-2}

9.6.5 پوائسن کی نسبت (Poisson's ratio)

ینگ کے ماڈیولس تجربہ کے محتاط انداز میں کیے گئے مشاہدات (سیکشن 9.6.2 میں اس کی وضاحت کی گئی ہے) سے یہ ظاہر ہوتا ہے کہ تار کے کراس سیکشن (یا قطر) میں معمولی سی تخفیف ہو جاتی ہے۔ لگائی گئی قوت کے عمودی تناؤ (Strain) کو جانبی تناؤ (Lateral Strain) کہتے ہیں۔ سائمن پوائسن نے اس بات کی طرف اشارہ کیا ہے کہ لچک کی حد (Elastic limit) کے اندر اندر، جانبی تناؤ عمودی تناؤ کے راست تناسب میں ہوتا ہے۔ تنی ہوئی تار میں جانبی تناؤ کی عمودی تناؤ سے نسبت پوائسن نسبت کہلاتی ہے۔ اگر تار کا اصل قطر d اور دباؤ کی وجہ سے قطر میں ہونے والی تخفیف Δd ہے تو جانبی تناؤ $\Delta d/d$ ہوگا۔ اگر تار کی اصل لمبائی L اور تناؤ کی وجہ سے تار کی طوالت (لمبائی میں تبدیلی) ΔLC ہے تو عمودی تناؤ ΔL ہوگا۔ اس طرح پوائسن کی نسبت $(\Delta d/d)/(\Delta L/L)$ یا $(\Delta d/L)\times(L/d)$ ہوگی۔ پوائسن کی نسبت دو تناؤوں کی نسبت ہے: یہ ایک خالص عدد ہے اور اس کی کوئی اکائی یا ابعاد نہیں ہوتے۔ اس کی قدر صرف مادہ کی نوعیت پر منحصر ہوتی ہے۔ اسٹیل کے لیے یہ قدر 0.28 اور 0.30 کے درمیان ہوتی ہے جبکہ ایلومینیم بھرتوں کے لیے 0.33 ہے۔

9.6.6 تنی ہوئی تار میں الاسٹک مضمر توانائی

جب کسی تار کو تناؤ کی حالت میں رکھا جاتا ہے تو بین ایٹمی قوتوں کے خلاف کام کیا جاتا ہے۔ یہ کام تار کے اندر الاسٹک مضمر توانائی کی شکل میں جمع ہو جاتا ہے۔ جب اصل لمبائی L اور کراس سیکشن A والے تار پر تار کی لمبائی کی سمت میں قوت F لگائی جاتی ہے تو فرض کیجیے کہ تار کی لمبائی بڑھ کر L ہو جاتی ہے۔ تب مساوات (9.8) سے ہمیں حاصل ہوتا ہے $F = YA \times (l/L)$ یہاں Y تار کے مادہ کا ینگ ماڈیولس ہے۔ اب لامتناہی طور پر چھوٹی لمبائی dl کے لیے مزید تطویل (Elongation) کے لیے کیا گیا کام dW ہوگا $F\times dl$ یا $YAldl/L$۔ لہٰذا تار کی لمبائی میں l سے $L + l$ یعنی $l = 0$ سے $l = l$ تک اضافہ کے لیے کیے گئے کام (W) کی مقدار

$$W = \int_0^l \frac{YAl}{L}dl = \frac{YA}{2}\times\frac{l^2}{L}$$

$$W = \frac{1}{2}\times Y\times\left(\frac{l}{L}\right)^2\times AL$$

$$= \frac{1}{2}\times \text{ینگ ماڈیولس} \times (\text{تناؤ})^2 \times \text{تار کا حجم}$$

$$= \frac{1}{2}\times \text{دباؤ} \times \text{تناؤ} \times \text{تار کا حجم}$$

یہ کام تار کے اندر الاسٹک مضمر توانائی (U) کی شکل میں جمع ہو جاتا ہے۔

لہٰذا تار کی فی اکائی حجم الاسٹک مضمر توانائی (u) ہے

$$u = \frac{1}{2}\times\sigma\varepsilon \qquad (9.15)$$

9.7 مادی اشیا کے لچکیلے برتاؤ کے استعمال
(APPLICATION OF ELASTIC BEHAVIOUR OF MATERIALS)

مادی اشیاء کا لچکدار برتاؤ روزمرہ زندگی میں ایک اہم کردار ادا کرتا ہے۔ تمام انجینیرنگ ڈیزائنوں کے لیے مادوں کے لچکیلے برتاؤ کی دقیق (حدِ درجہ درست Precise) معلومات درکار ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر، عمارت کا نقشہ (ڈیزائن) تیار کرتے وقت، کالموں، بیموں (Beams) اور سہاروں (Support) کا ساخت نما ڈیزائن تیار کرتے وقت ہمیں استعمال ہونے والی مادی اشیاء کی طاقت (Strength) کی معلومات درکار ہوتی ہے۔ کیا آپ نے کبھی سوچا کہ پلوں میں سہارے وغیرہ کے لیے استعمال ہونے والی بیموں کا تراشہ I قسم کا کیوں ہوتا ہے؟ ایک ریت کے ڈھیر یا پہاڑی کی شکل اہرام کی شکل جیسی کیوں ہوتی ہے؟ ان سوالوں کے جواب ساخت نما انجینیرنگ کے مطالعے سے حاصل کیے جاسکتے ہیں، جو ان تصورات پر مبنی ہیں جو آپ نے یہاں سیکھے ہیں۔

بھاری وزنوں کو اٹھانے یا ایک جگہ سے دوسری جگہ لے جانے کے لیے استعمال ہونے والے کرین (Crane) میں ایک موٹی دھات کی زنجیر لگی ہوتی ہے، جس سے وزن کو منسلک کیا جاتا ہے۔ زنجیروں کو گراریوں اور موٹروں کی مدد سے اوپر کھینچا جاتا ہے۔ فرض کیجیے ہم ایک ایسا کرین بنانا چاہتے ہیں جس کی وزن اٹھانے کی گنجائش (Capacity) 10 میٹرک ٹن ہو (1 میٹرک ٹن = 1000kg) فولادی زنجیر کو کتنا موٹا ہونا چاہئے؟ ہم ظاہر ہے

کہ چاہتے ہیں کہ وزن زنجیر میں مستقل تخریب نہ پیدا کردے۔اس لیے زنجیر کی لمبائی میں ہونے والا اضافہ، لچک حد سے زیادہ نہیں ہونا چاہیے۔جدول 9.1 سے ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ہلکے فولاد کی حصول طاقت (Sy) تقریباً $300\times10^{6}\ N\ m^{2}$ ہے۔اس لیے زنجیر کا تراشی رقبہ (A)، کم ازکم ہونا چاہیے۔

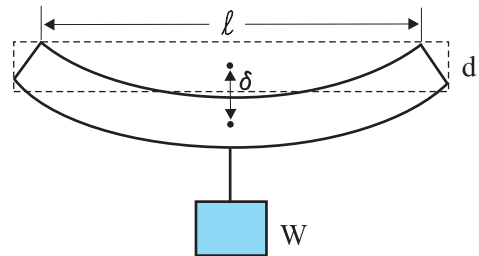
$$A \geq W/\sigma y = Mg/\sigma y \quad (9.16)$$

$$= (10^{4}\,kg\times9.8ms^{-2})/(300\times10^{6}\,Nm^{-2})$$

$$= 3.3\times10^{-4}\ m^{2}$$

جو ایک دائری تراش کی زنجیر کے لیے تقریباً 1cm نصف قطر سے مطابقت رکھتا ہے۔عام طور سے تحفظ کے لیے وزن (لوڈ) کو تقریباً 1/10 رکھا جاتا ہے)۔اس لیے ایک مقابلتاً موٹی زنجیر، جس کا نصف قطر تقریباً 3cm ہو، کی سفارش کی جائے گی۔اس نصف قطر کا ایک اکیلا تار، عملی طور پر ایک استوار چھڑ ہوا گا۔اس لیے زنجیریں ہمیشہ کئی پتلے تاروں کو آپس میں گوندھ کر بنائی جاتی ہیں۔تا کہ بنانے میں سہولت ہو اور وہ لچیلی اور زیادہ مضبوط ہوں۔

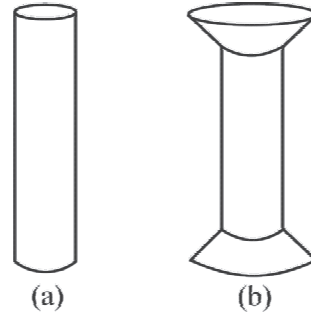
ایک پل کو اس طرح ڈیزائن کیا جاتا ہے کہ وہ اس پر سے گذرنے والی سواریوں کا وزن، ہوا کی قوت اور خود اپنے وزن کو برداشت کر سکے۔اسی طرح عمارتوں کے ڈیزائن میں بیموں اور کالموں کا استعمال بہت عام ہے۔ان دونوں صورتوں میں لوڈ کے زیر اثر بیموں کے مڑ جانے کا مسئلہ خصوصی اہمیت کا حامل ہے۔بیم کو بہت زیادہ مڑنا یا ٹوٹنا نہیں چاہیے۔آیئے ایک ایسی بیم لیں جس کے مرکز پر لوڈ لگایا گیا ہے اور کناروں کے نزدیک سہارے ہیں، جیسا کہ شکل 9.8 میں دکھایا گیا ہے۔ایک l لمبائی، b چوڑائی اور d گہرائی کی چھڑ کے جب مرکز پر لوڈ لگایا جاتا ہے تو اس میں پیدا ہونے والے خم کی مقدار دی جاتی ہے:

$$\delta = W\,l^{3}/(4bd^{3}Y) \qquad (9.16)$$

شکل 9.8: ایک بیم جس کے کنارے سہاروں پر ہیں اور مرکز پر لوڈ لگایا گیا ہے۔

یہ رشتہ، آپ نے اب تک جو کچھ سیکھا ہے اور تھوڑے سے کیلکولس کے استعمال سے مشتق کیا جا سکتا ہے۔مساوات (9.16) سے ہم دیکھتے ہیں کہ ایک دیے ہوئے لوڈ کے لیے خمیدگی (Bending) کو کم کرنے کے لیے ہمیں ایسا مادہ استعمال کرنا چاہیے، جس کی ینگ مقیاس کی قدر زیادہ ہو۔ایک دیے ہوئے مادے کے لیے، خمیدگی کو کم کرنے میں، چوڑائی بڑھانے کے مقابلے میں گہرائی کو بڑھانا زیادہ موثر ہوتا ہے کیونکہ δ متناسب ہے d^{-3} کے اور صرف b^{-1} کے۔(بے شک، سہاروں کے بیچ کی لمبائی l جتنی ممکن ہو سکے کم ہونا چاہیے)۔لیکن گہرائی میں اضافہ کرنے سے، اگر لوڈ اپنے بالکل صحیح مقام پر نہ ہو (ایک ایسے پل پر جس پر سواریاں آ جا رہی ہیں۔یہ نظم بہت مشکل ہے)، تو گہری چھڑ اس طرح سے مڑ سکتی ہے، جیسا کہ شکل 9.9b میں دکھایا گیا ہے۔اسے خم آوری (Buckling) کہتے ہیں۔اس سے بچنے کے لیے، ایک عام سمجھوتہ شکل 9.9(c) میں دکھائی گئی تراشی شکل ہے۔یہ تراش لوڈ سہارنے کے لیے بڑی سطح اور خمیدگی کو روکنے کے لیے کافی گہرائی مہیا کرتی ہے۔یہ شکل بیم کی مضبوطی میں کوئی کمی کیے بغیر اس کے وزن کو کم کر دیتی ہے اور اس طرح لاگت بھی کم ہو جاتی ہے۔

عمارتوں اور پلوں میں ستونوں اور کالموں کا استعمال بھی بہت عام ہے۔ایک ہموار کناروں والا ستون، جیسا کہ 9.10(a) میں دکھایا گیا ہے اس ستون

شکل 9.9: ایک بیم کے تراشہ کی مختلف شکلیں **(a)** ایک چھڑ کا مستطیل نما تراشہ **(b)** ایک پتلی چھڑ اور وہ کیسے خم آور ہو سکتی ہے **(c)** ایک لوڈ برداشت کرنے والی چھڑ کی عام طور سے استعمال ہونے والی تراش

کے مقابلے میں کم وزن سہار سکتا ہے، جس کے کناروں پر منقسم شکل ہو [شکل (9.10(b]۔ ایک پل یا عمارت کے دقیق ڈیزائن کے لیے ان حالات کا لحاظ رکھنا پڑتا ہے، جن میں ان کا استعمال ہوگا، اور ساتھ ہی قیمت، لمبی مدت اور قابل استعمال مادوں کی معتبری (Reliability) وغیرہ کا بھی لحاظ کرنا پڑتا ہے۔

شکل 9.10: ستون یا کالم (a) ہموار کناروں والا ستون (b) منقسم کناروں والا ستون

اس سوال کا جواب بھی کہ زمین پر سب سے اونچے پہاڑ کی بلندی 10km~ کیوں ہے، چٹانوں کی لچک خاصیتوں کو ملاحظہ کر کے دیا جا سکتا ہے۔ ایک پہاڑ کی بنیاد، ہموار داب کے زیر اثر نہیں ہوتی، اس سے چٹانوں کو کچھ تحریفی ذرر حاصل ہو جاتا ہے اور جس کی وجہ سے وہ کھسکتی ہیں۔ اس لیے اوپر کے تمام مادے کی وجہ سے ذرر اس فاصل (Critical) تحریفی ذرر سے کم ہونا چاہئے، جس پر چٹانیں کھسکتی ہیں۔

ایک h اونچائی کے پہاڑ کی نچلی سطح پر، پہاڑ کے وزن کی وجہ سے لگ رہی قوت فی اکائی رقبہ $h\rho g$ ہے، جہاں ρ پہاڑ کے مادے کی کثافت ہے اور g مادی کشش اسراع ہے۔ نچلی سطح پر مادہ اس قوت کو عمودی سمت میں محسوس کرتا ہے اور پہاڑ کے اطرافی اضلاع آزاد ہوتے ہیں۔ اس لیے یہ دباؤ یا حجم داب والی صورت نہیں ہے۔ یہاں ایک تحریفی جز ہے جو تقریباً $h\rho g$ ہے۔ اب ایک مخصوص چٹان کی لچک حد $30\times10^7\ \mathrm{N\ m^{-2}}$ ہے۔ اسے $h\rho g$ کے مساوی رکھنے پر،

جب کہ $\rho = 3\times10^3\ \mathrm{kg\ m^{-3}}$ ہمیں ملتا ہے۔

$$h\rho g = 30\times10^7\ \mathrm{N\ m^{-2}}$$

$$h = 30\times10^7\ \mathrm{N\ m^{-2}}/(3\times10^3\ \mathrm{kg\ m^{-3}}\times10\ \mathrm{m\ s^{-2}})$$
$$= 10\ \mathrm{km}$$

خلاصہ

1. ذرر، بحالی قوت فی اکائی رقبہ ہے اور بگاڑ، ابعاد میں کسری تبدیلی ہے۔ عمومی طور پر ذرر کی تین قسمیں ہیں۔ (a) تناؤ ذرر (جو کھینچنے سے منسلک ہے) یا داب ذرر (جو دبانے سے منسلک ہے) (b) تحریفی ذرر (c) آبی ذرر

2. چھوٹی تخریبوں کے لیے، ذرر، بگاڑ کے راست متناسب ہے۔ یہ ہوک کا قانون کہلاتا ہے۔ تناسبیت کا مستقلہ، لچک کا مقیاس کہلاتا ہے۔ لچک کے تین مقیاس: ینگ کا مقیاس، تحریفی مقیاس اور حجم مقیاس، اشیا کے لچکیلے برتاؤ کو بیان کرنے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں کیونکہ یہ ان تخریبی قوتوں سے متعلق ہیں جو مادوں پر لگتی ہیں۔ ٹھوس اشیا کی ایک قسم، لچکیہ کہلاتی ہے، جس پر ہوک کا قانون نہیں لاگو ہوتا ہے۔

3. جب ایک شے تناؤ یا داب کے زیر اثر ہوتی ہے، تو ہوک کا قانون یہ شکل اختیار کر لیتا ہے:

$$F/A = Y\Delta L/L$$

جہاں $\Delta L/L$ شے کا تناؤ یا داب بگاڑ ہے، F اس قوت کی عددی قدر ہے جو بگاڑ پیدا کر رہی ہے، A وہ تراشی رقبہ ہے جس پر F لگائی گئی ہے (A پر عمود) اور Y اس شے کا ینگ کا مقیاس ہے۔ ذرر F/A ہے۔

4. قوتوں کا ایک جوڑا جب اوپری اور نچلے رخ کے متوازی لگایا جاتا ہے، تو ٹھوس میں اس طرح تخریب پیدا ہوتی ہے کہ اوپری رخ، نچلے رخ کی مناسبت سے آگے کی طرف کھسک جاتا ہے۔ اوپری رخ کا افقی ہٹاؤ 'ΔL' انتصابی (Vertical) اونچائی L پر عمود ہوتا ہے۔ اس قسم کی تخریب 'تحریف' کہلاتی ہے اور اس کا مطابق ذرر تحریفی ذرر کہلاتا ہے۔ اس قسم کا ذرر صرف ٹھوس اشیا میں ہی ممکن ہے۔

اس قسم کی تخریب میں ہوک کے قانون کی شکل ہو جاتی ہے: $F/A = G\times\Delta L/L$ جہاں ΔL شے کے ایک سرے کا لگائی ہوئی قوت F کی سمت میں نقل ہے، اور G تحریف مقیاس ہے۔ ذرر F/A ہے۔

5. جب ایک شے پر اس کے اردگرد کا رقیق ذرر لگاتا ہے، جس کی وجہ سے اس پر آبی داب کام کرتا ہے، تو ہوک کے قانون کی شکل ہے:

$$P = B(\Delta V/V)$$

جہاں p، سیال کی وجہ سے شے پر لگ رہا دباؤ ہے (آبی ذرر)، $\Delta V/V$ (حجم بگاڑ) اس دباؤ کی وجہ سے ہو رہی شے کے حجم میں کسری تبدیلی کی عددی قدر ہے، اور B شے کا حجم مقیاس ہے۔

قابل غور نکات (POINTS TO PONDER)

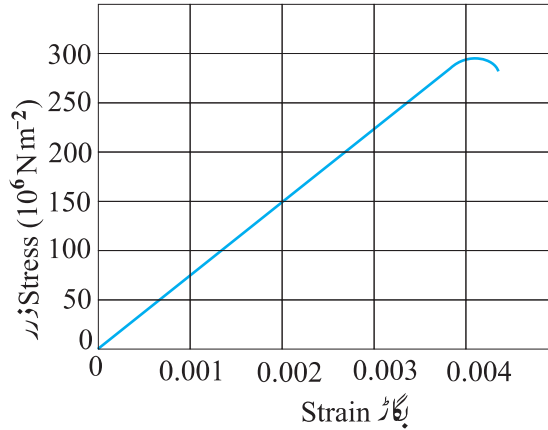
1. ایک تار کو اگر چھت سے لٹکایا جائے اور اس کے دوسرے سرے پر ایک وزن (F) منسلک کر کے اسے کھینچا جائے، تو تار پر چھت کے ذریعے لگ رہی قوت وزن کے مساوی اور مخالف ہے۔ لیکن، تار کے کسی بھی تراش A پر لگ رہا تناؤ صرف F ہے، 2F نہیں۔ اس لیے، تناوی ذرر، جو تناؤ فی اکائی رقبہ ہے، F/A کے مساوی ہے۔

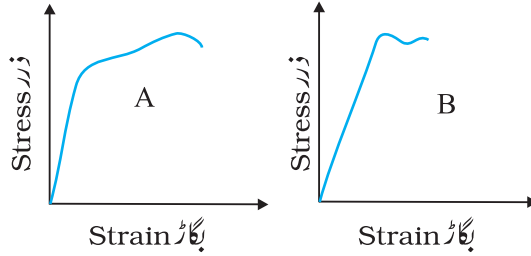
2. ہوک کا قانون، ذرر۔ بگاڑ منحنی کے صرف خطی حصے میں درست ہے۔

3. ینگ کا مقیاس اور تحریف مقیاس صرف ٹھوس اشیا کے لیے بامعنی ہیں، کیونکہ صرف ٹھوس اشیاء کی ہی لمبائی اور شکل معین ہوتی ہے۔
4. حجم مقیاس، ٹھوس، رقیق اور گیس، تینوں قسم کی اشیا کے لیے بامعنی ہے۔ یہ حجم میں تبدیلی ہے، جب کہ حجم کا ہر حصہ ایک ہموار ذرر کے زیر اثر ہو، اس طرح کہ جسم کی شکل میں کوئی تبدیلی نہ ہو۔
5. بھرت (alloys) اور لچکیہ (Clustomer) اشیاء کے مقابلے میں دھاتوں کی ینگ مقیاس کی قدریں بڑی ہوتی ہیں۔ ایک ایسی مادی شے جس کے ینگ کی قدر بڑی ہو، اس کی لمبائی میں خفیف تبدیلی کرنے کے لیے بڑی قوت درکار ہوتی ہے۔
6. ہم عام زندگی میں یہ سمجھتے ہیں کہ جو مادی شے زیادہ کھنچ جاتی ہے۔ وہ زیادہ لچکیلی ہے۔ لیکن یہ ایک غلط نام ہے۔ دراصل وہ مادی اشیا جو ایک دیے ہوئے لوڈ کے زیر اثر جتنی کم کھنچتی ہیں وہ اتنی ہی زیادہ لچکیلی مانی جاتی ہیں۔
7. عمومی طور پر ایک سمت میں لگ رہی تخریبی قوت، دوسری سمتوں میں بھی ذرر پیدا کر سکتی ہے۔ ایسی صورتوں میں، ذرر اور بگاڑ کے درمیان متناسبیت صرف ایک لچک مستقلہ کے ذریعے نہیں بیان کی جا سکتی۔ مثال کے طور پر، ایک تار جو طولی بگاڑ کے زیر اثر ہے، اس کی عرضی ابعاد (تراشی رقبہ) میں بھی خفیف تبدیلی ہوتی ہے، جسے مادے کے ایک دوسرے لچک مقیاس کے ذریعے بیان کیا جاتا ہے۔ اس مقیاس کو پوآئے زاں تناسب (Poisson Ratio) کہتے ہیں۔
8. ذرر ایک سمتی مقدار نہیں ہے۔ کیونکہ قوت کے برخلاف، ذرر کو کوئی مخصوص سمت نہیں تفویض کی جا سکتی ہے۔ جب کہ ایک جسم کے کسی متعین تراشہ کے متعین ضلع پر لگ رہی قوت کی ایک متعین سمت ہوتی ہے۔

مشق

9.1 4.7 m لمبا اور $3.0\times10^{-5}\ m^2$ تراشی رقبے والا فولادی تار، ایک دیے ہوئے لوڈ سے کھینچے جانے پر اتنا ہی کھنچتا ہے، جتنا کہ اس لوڈ کے ذریعے کھینچ جانے پر 3.5 m لمبا اور $4.0\times10^{-5}\ m^2$ تراشی رقبہ کا تانبہ کا تار کھنچتا ہے۔ فولاد کے ینگ مقیاس کی تانبے کے ینگ مقیاس سے کیا نسبت ہے۔

9.2 شکل 9.11 میں ایک دی ہوئی مادی شے کا ذرر۔ بگاڑ منحنی دکھایا گیا ہے۔ اس مادے کے (a) ینگ کا مقیاس اور (b) نزدیکی حاصل طاقت کیا ہیں۔

شکل 9.11

9.3 دو مادی اشیا A اور B کے لیے ذرر۔بگاڑ گراف شکل 9.12 میں دکھائے گئے ہیں۔

شکل 9.12

گراف یکساں اسکیل پر کھینچے گئے ہیں۔

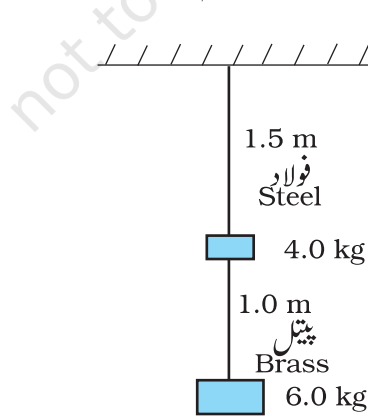
(a) کس مادی شے کی ینگ کے مقیاس کی قدر مقابلتاً زیادہ ہے۔

(b) دونوں میں سے کون سی چیز مقابلتاً زیادہ مضبوط ہے۔

9.4 مندرجہ ذیل میں دونوں بیانات غور سے پڑھیے اور وجہ کے ساتھ بتائیے کہ یہ صادق (صحیح) ہے یا غیر صادق (غلط)

(a) ربر کے ینگ مقیاس کی قدر، فولاد کے ینگ مقیاس کی قدر سے زیادہ ہے۔

(b) ایک لچھے (Coil) کا کھینچنا، اس کے تحریفی مقیاس کے ذریعے معلوم کیا جاتا ہے۔

9.5 دو تار ہیں، جن میں سے ایک فولاد کا بنا ہے اور دوسرا پیتل کا۔ دونوں میں سے ہر ایک کا قطر 25cm. ہے، اور ان پر شکل 9.13 میں دکھائے گئے طریقے سے لوڈ لگایا جاتا ہے۔ لوڈ لگائے بغیر، فولاد کے تار کی لمبائی 1.5m اور پیتل کے تار کی لمبائی 1.0m ہے۔ فولاد اور پیتل کے تار کی الگ الگ تطویل معلوم کیجیے۔

شکل 9.13

9.6 ایک المونیم مکعب کا ایک کنارہ 10cm لمبا ہے۔ مکعب کا ایک رخ مضبوطی سے عمودی دیوار میں نصب کر دیا جاتا ہے۔ مکعب کے مخالف رخ سے 100Kg کی کمیت منسلک کی جاتی ہے۔ المونیم کا تحریف مقیاس 25GPa ہے۔ رخ کا انتصابی انفراج (Vertical deflection) کیا ہے؟

9.7 معمولی فولاد کے بنے چار متماثل کھوکھلے استوانی کالم، 50,000Kg کمیت کی ایک بڑی ساخت کو سہارا دیتے ہیں۔ ہر کالم کے اندرونی اور بیرونی نصف قطر، بالترتیب 30cm اور 60cm ہیں۔ لوڈ تقسیم کو ہموار مانتے ہوئے، ہر کالم کے دابی بگاڑ کا حساب لگائیے۔

9.8 تانبہ کے ایک ٹکڑے کا مستطیلی تراشی رقبہ $5.2\ \text{mm} \times 19.1\ \text{mm}$ ہے۔ اسے 44,500 قوت کے ذریعے تناؤ میں کھینچا جاتا ہے۔ جس سے صرف لچکیلی تخریبیں پیدا ہوتی ہیں۔ پیدا ہونے والے بگاڑ کا حساب لگائیے۔

9.9 ایک فولاد کا بنا تار، جس کا نصف قطر 1.5cm ہے، اسکی (SKI) علاقہ میں ایک Chair lift کو سہارا دیتا ہے۔ اگر زیادہ سے زیادہ ذرر کو $10^8\ \text{N m}^{-2}$ سے نہیں بڑھنا چاہیے، تو وہ زیادہ سے زیادہ لوڈ کتنا ہوگا، جسے تار سہارا دے سکتا ہے؟

9.10 15Kg کمیت کی ایک استوار چھڑ کو تشاکلی طرز (Symmetrically) پر تین تار سہارا دیتے ہیں، جن میں سے ہر ایک کی لمبائی 2.0m ہے۔ ہر کنارے والے تار تانبہ کے ہیں اور درمیانی تار لوہے کا ہے۔ اگر ہر ایک میں یکساں تناؤ پیدا ہونا ہو تو ان کے قطروں کی نسبت معلوم کیجیے۔

9.11 ایک 14.5Kg کی کمیت کو ایک فولاد کے بنے تار کے ایک سرے سے باندھا گیا ہے۔ تار کے بغیر کھینچے لمبائی 1.0cm ہے۔ اس بندھی ہوئی کمیت کو اس طرح گھمایا جاتا ہے کہ دائرے کی نچلی طرف اس کی زاویائی رفتار 2rev/s ہے۔ تار کا تراشی رقبہ $0.065\ \text{cm}^2$ ہے۔ تار میں پیدا ہوئی تطویل معلوم کیجیے، جس وقت کہ کمیت اپنے راستے کے سب سے نچلے نقطے پر ہے۔

9.12 مندرجہ ذیل آنکڑوں سے پانی کا حجم مقیاس معلوم کیجیے۔ آغازی حجم = 100.0 لیٹر،

دباؤ میں اضافہ = $100.0\ \text{atm}\ (1\ \text{atm} = 1.013 \times 10^5\ \text{Pa})$، اختتامی حجم = 100.5 لیٹر

پانی کے حجم مقیاس کا مقابلہ، ہوا (مستقلہ درجہ حرارت پر) کے حجم مقیاس سے کیجیے۔ سادہ طور پر سمجھائیے کہ نسبت اتنی بڑی کیوں ہے؟

9.13 اس گہرائی پر پانی کی کثافت کتنی ہوگی، جہاں دباؤ 80.00 atm ہے۔ دیا ہوا ہے کہ سطح پر کثافت $1.0^3 \times 10^3\ \text{kg m}^{-3}$ ہے۔

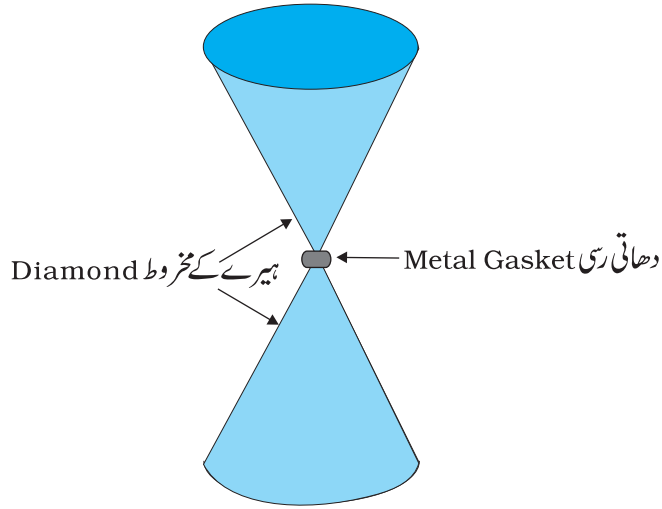
9.14 ایک شیشہ کی سِل کے حجم میں آنے والی کسری تبدیلی کا حساب لگائیے، جب کہ اسے 10 atm آبی دباؤ کے زیر اثر لایا جائے۔

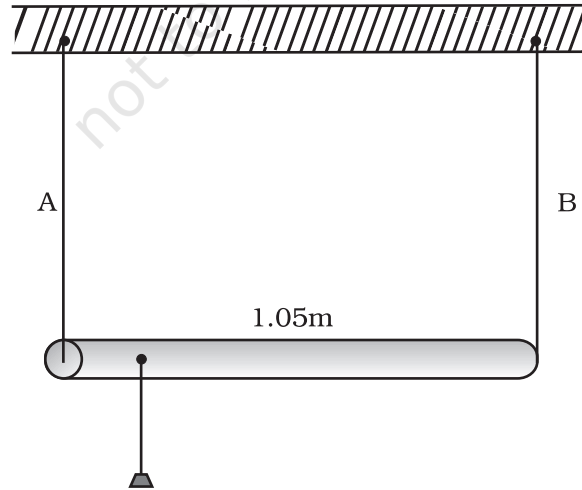
9.15 ایک ٹھوس تانبہ کے بنے مکعب، جس کا ایک ضلع 10cm ہے، کا حجمی سکڑاؤ معلوم کیجیے، جب کہ وہ $7.0 \times 10^6\ \text{Pa}$ آبی دباؤ کے زیر اثر ہے۔

9.16 1 ایک لیٹر پانی کو 0.10% دبانے کے لیے دباؤ میں کتنی تبدیلی کرنا چاہیے؟

اضافی مشق

9.17 ایک ہیرے کی قلموں (Crystals) سے بنے ہوئے سندان (Anvis)، جن کی شکل، شکل 9.14 جیسی ہوتی ہے، بہت زیادہ دباؤ کے زیر اثر مادی اشیاء کے برتاؤ کی تفتیش کرنے کے لیے استعمال ہوتے ہیں۔ پتلے کنارے پر چپٹے رخون کا نصف

قطر 0.5mm ہے اور چوڑے کناروں پر ایک دابی قوت 50,000N لگائی جاتی ہے۔ سندان کی نوک پر دباؤ کتنا ہے۔

شکل 9.14

9.18 ایک چھڑ کو جس کی لمبائی 1.05 m اور کمیت نا قابلِ لحاظ (تقریباً نہیں) ہے، اس کے کناروں پر دو تاروں سے سہارا دیا جاتا ہے، جن میں ایک فولاد کا بنا ہے (تار A) اور ایک المونیم کا (تار B)۔ دونوں کی لمبائی مساوی ہے۔ جیسا کہ شکل 9.15 میں دکھایا گیا ہے۔ تار A اور B کے تراشی رقبے، بالترتیب، $1.0\ mm^2$ اور $2.0\ mm^2$ ہیں۔ چھڑ کے کس نقطے پر ایک کمیت m لٹکائی جائے کہ دونوں تاروں میں (a) مساوی ذرر (b) مساوی بگاڑ پیدا ہوا۔

شکل 9.15

9.19 1.0m لمبائی اور $0.50\times10^{-2}\ cm^2$ تراشی رقبہ کے معمولی فولاد کے بنے ایک تار کو، دوستونوں کے درمیان افقی طرز پر، اس کی لچک حد کے اندر، کھینچا جاتا ہے، تار کے درمیانی نقطہ سے 100g کی ایک کمیت لٹکائی جاتی ہے۔ درمیانی نقطہ پر پیدا ہوانے والا جھکاؤ معلوم کیجیے۔

9.20 دھات کی بنی دو پٹیوں کو ان کے کناروں پر ایک ایک اسکرو کی مدد سے آپس میں جوڑ دیا جاتا ہے ، اگر ہر پٹی کا قطر 6.0mm ہے، تو اس اسکرو شدہ پٹی پر کتنا زیادہ سے زیادہ تناؤ لگایا جا سکتا ہے کہ ایک اسکرو پر تحریفی ذرر 6.9×10^{7} Pa سے زیادہ نہ ہو؟ مان لیجیے کہ ہر اسکرو کو لوڈ کا ایک چوتھائی حصّہ برداشت کرنا ہے۔

9.21 میرینا کھائی بحر اوقیانوس میں واقع ہے اور ایک مقام پر وہ پانی کی سطح سے تقریباً 11Km نیچے ہے۔ کھائی کے پیندے پر پانی کا دباؤ تقریباً 1.1×10^{8} Pa ہے۔ فولاد کی بنی ایک گیند، جس کا اصل حجم $0.32\ m^{3}$ ہے، سمندر میں گرائی جاتی ہے، جو کھائی کے پیندے تک پہنچتی ہے، پیندے تک پہنچنے پر گیند کے حجم میں کیا تبدیلی ہوگی؟